

Titre		Catégorie							Origine	Domaine mathématique	
1	Bonbons à gogo	3							18.II.01	Logique	
2	Questions et réponses	3	4						18.I.03	Arithmétique : problème “tout ou partie”	
3	Les ballons colorés	3	4						24.I.01	Arithmétique : patern, proportionnalité	
4	Les dés	3	4						23.II.01	Géométrie dans l’espace et arithmétique	
5	Parties de ping-pong	3	4	5					17.I.03	Combinatoire : Dénombrer combinaison de 2 éléments parmi 5	
6	La frise d’Annie		4	5	6				25.II.07	Calcul d’une aire dans une frise périodique.	
7	Jeu d’anniversaire		4	5	6	7			17.I.10	Logique	
8	Cartable RMT			5	6				16.II.07	Arithmétique : équivalence, addition, multiplication	
9	Mousse au chocolat			5	6				20.I.10	Arithmétique : addition, multiplication, proportionnalité	
10	Clous et fils élastiques			5	6	7			19.I.10	Géométrie : reconnaissance de rectangles en tenant compte de leurs propriétés	
11	La maquette			5	6	7	8		19.II.11	Géométrie : vision dans l’espace, points de vue	
12	Sur le mur de l’école				6	7	8		18.II.13	Géométrie	
13	Les pots de confiture					7	8	9	06.II.11	Algèbre	
14	Le chien et le renard					7	8	9	10	20.F.13	Grandeurs et mesures et algèbres
15	Les carrés d’Alex et de François					7	8	9	10	17.II.16	Géométrie : Aires et périmètres de carrés et rectangles
16	Jeu d’encastrement						8	9	10	17.F.17	Géométrie : patron d’un solide
17	L’artisan						8	9	10	17.II.18	Algèbre : Equations

1. BONBONS A GOGO (CAT. 3)

Marion a acheté des bonbons qui se ressemblent tous, mais avec trois goûts différents : des bonbons à la menthe, des bonbons à la framboise et des bonbons au citron. Elle a acheté plus de bonbons à la framboise que de bonbons au citron.

Elle met tous les bonbons à la menthe dans un pot, tous les bonbons à la framboise dans un autre et tous les bonbons au citron dans un troisième pot.

Les trois pots sont de tailles différentes : un grand pour les bonbons les plus nombreux, un petit pour les bonbons les moins nombreux et un moyen pour les autres bonbons.

Les bonbons au citron ne sont pas dans le petit pot.

Quelle sorte de bonbons a-t-elle mis dans le grand pot, dans le moyen pot et dans le petit pot ?

Expliquez comment vous avez trouvé votre réponse.

ANALYSE A PRIORI

Tâche mathématique

Déduire une information à la lecture d'assertions sur des comparaisons de quantités d'objets et de taille de contenant.

Analyse de la tâche

Procéder par raisonnement :

- Comprendre, d'après l'énoncé, qu'il y a trois quantités de bonbons différentes, trois pots de grandeurs différentes et qu'il y a un lien entre la grandeur des pots et le nombre des bonbons qu'ils contiennent.
- Se rendre compte que le petit pot ne peut contenir les bonbons à la framboise (puisque'il y en a plus que de bonbons au citron), ni les bonbons au citron (qui ne sont pas dans le petit pot) et donc il doit nécessairement contenir les bonbons à la menthe.
- En déduire que les bonbons à la framboise, plus nombreux que ceux au citron, sont dans le grand pot et les bonbons au citron se trouvent dans le pot moyen.

Ou

- Se rendre compte que les bonbons au citron ne peuvent être ni dans le petit pot (dit explicitement dans l'énoncé) ni dans le grand (puisque ceux à la framboise sont plus nombreux) et qu'ils sont donc dans le moyen et arriver à la même déduction que précédemment.

Ou

- Procéder par essais en vérifiant le respect des contraintes et en réajustant si nécessaire.

Attribution des points

- 4 Solution complète (framboise dans le grand pot, citron dans le moyen et menthe dans le petit pot) avec gestion claire et correcte des essais ou raisonnement correct

Niveau : 3

Banque de problèmes de l'ARMT 18.II.01

http://www.projet-ermitage.org/ARMT/navi_fic2.php?code=ud163-fr&flag=1&langue=fr&w=0

2. QUESTIONS ET REPONSES (CAT. 3, 4)

Nicolas a reçu un nouveau jeu.

Dans ce jeu, le joueur doit répondre à des questions et déplacer son pion sur une piste numérotée de 0 à 50.

Au début d'une partie, le pion est placé sur la case 25.

Chaque fois que le joueur donne une bonne réponse, il avance son pion de trois cases.

Chaque fois qu'il donne une mauvaise réponse il recule son pion de deux cases.

A la fin de la partie, le pion de Nicolas se trouve sur la case 40.

Au cours de la partie, Nicolas a donné sept bonnes réponses, toutes les autres étaient mauvaises.

Combien Nicolas a-t-il donné de mauvaises réponses au cours de la partie ?

Expliquez comment vous avez trouvé la réponse.

ANALYSE A PRIORI

Tâche mathématique

Selon la perception de la situation, trouver le cardinal d'une partie d'un tout d'un problème de composition d'états ou un élément de transformation d'un problème de composition de transformations

Analyse de la tâche

- Comprendre les règles de déplacement : faire éventuellement quelques essais.
- Déterminer que, s'il n'avait jamais répondu faux, Nicolas aurait avancé, pour ses 7 réponses justes, de 21 cases (3×7) et qu'il aurait atteint la case 46 ($21 + 25$) comprendre qu'il y a 6 cases de trop ($46 - 40$) qui devront être compensées par 3 réponses fausses: ($6 : 2$ ou $6 - 2 - 2 - 2$).

Ou

- Calculer que Nicolas a avancé de 15 cases en tout (de la case 25 à la case 40 ou $40 - 25$), et qu'il pourrait y arriver avec 5 réponses justes; il faut alors se rendre compte qu'il a deux autres réponses justes, ce qui lui donnerait 6 cases d'avance. Pour finir sur le 40, il devrait donc répondre faux trois fois, ce qui le ferait reculer de 6 cases.

Ou

- Procéder pas à pas avec des suites de 7 additions et de quelques soustractions pour parvenir à 40, avec ajustements nécessaires (par exemple $25 + 3 + 3 - 2 + 3 + 3 - 2 + 3 + 3 + 3 = 42$, $42 - 2 = 40$) et dénombrement des soustractions.

Ou

- Dessiner la piste et effectuer 7 déplacements de 3 en 3 à partir de 5 pour arriver à 26 et retourner à 40 en 3 déplacements de 2 en 2.

Attribution des points

- 4 Réponse correcte (3 mauvaises réponses) avec explication claire (opérations ou repères sur la suite des nombres ou solution graphique...)

Niveaux : 3, 4

Banque de problèmes de l'ARMT 18.I.03

http://www.projet-ermitage.org/ARMT/navi_fic2.php?code=op64-fr&flag=1&langue=fr&enonce=07rmtii_fr-4&w=0

3. LES BALLONS COLORÉS (CAT. 3, 4)

Pour la fête de l'école, les enfants de la classe de Fabienne accrochent une rangée de ballons, les uns à côté des autres, sur le mur du préau.

Les trois premiers ballons sont bleus, les deux suivants sont rouges, puis les trois ballons suivants sont bleus, suivis de deux ballons rouges et ainsi de suite. Les enfants continuent à accrocher les ballons jusqu'au bout du mur. Lorsqu'ils ont terminé, ils constatent que les deux derniers ballons sont rouges. Pour réaliser cette rangée de ballons, les enfants ont utilisé 24 ballons bleus.

Au total, combien de ballons sont accrochés sur le mur du préau ?

Expliquez comment vous avez trouvé votre réponse.

ANALYSE A PRIORI

Tâche mathématique

Déterminer le nombre total de ballons d'une file, selon une séquence périodique de 3 ballons bleus et de 2 ballons rouges, dont 24 ballons sont bleus.

Analyse de la tâche

- Imaginer la rangée de ballons où se répète une période de 3 ballons bleus et 2 ballons rouges et/ou en dessiner le début.
- Poursuivre le dessin jusqu'à ce qu'on ait 24 ballons bleus et en terminant la rangée par deux ballons rouges ; puis compter le nombre total de ballons : 40. (Le non respect de la consigne « la rangée se termine avec 2 ballons rouges » entraînerait la réponse erronée 38).

Ou, utiliser un raisonnement arithmétique, par exemple :

considérer que 24 ballons bleus correspondent à une répétition de 8 fois les 3 ballons bleus d'une séquence ($8 = 24 : 3$) et calculer le nombre de ballons rouges ($16 = 2 \times 8$).

- Dédire enfin que le total des ballons est $40 = 24 + 16$.

Attribution des points

- 4 Réponse correcte (40 ballons) avec une explication claire et complète (dessin ou calcul)

Niveaux : 3, 4

Banque de problèmes de l'ARMT 24.I.01 modifié

http://www.projet-ermitage.org/ARMT/navi_fic2.php?code=pr36-fr&flag=1&langue=fr&enonce=24rmti_fr-1&w=0

4. LES DÉS (CAT 3, 4)

Cette photo montre quatre dés.

On voit seulement quelques points noirs de ces dés sur la photo.

Mais on ne peut pas voir toutes les faces, certains points sont donc cachés.



Combien y a-t-il de points noirs qui ne sont pas visibles sur la photo ?

Expliquez comment vous avez faits pour trouver ce nombre.

ANALYSE A PRIORI

Tâche mathématique

Trouver le nombre de points noirs qui ne sont pas visibles sur une photo montrant quatre dés empilés.

Analyse de la tâche

- Observer les quatre dés sur la photo. Pour chacun d'eux identifier les faces visibles et leurs points et imaginer les autres faces non visibles, en déduire par exclusion les points inscrits sur chacune.
- Par exemple, pour le premier dé en bas à droite, puisque les faces visibles montrent 1, 3 et 5 points, déduire que les points sur les trois faces non visibles sont 2, 4 et 6.
- Pour le décompte des points on peut procéder de plusieurs façons :
 - par exemple, calculer pour chaque dé la somme des points des faces non visibles et ensuite additionner les résultats obtenus ($11 + 19 + 12 + 10$) ;
 - ou trouver la somme des points sur un dé ($1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 = 21$), la multiplier par quatre (84), enlever ensuite la somme des points sur les faces visibles (32).
- Conclure que le nombre total des points non visibles est 52.

Attribution des points

4 Réponse correcte (52) avec des explications claires

Niveaux : 3, 4

Banque de problèmes de l'ARMT 23.II.01

http://www.projet-ermitage.org/ARMT/navi_fic2.php?code=op59-fr&flag=1&langue=fr&w=0

5. PARTIES DE PING-PONG (CAT. 3, 4, 5)

Anne, Boris, Carole, Denis et Elisabeth se retrouvent pour jouer au ping-pong après l'école. Ils n'ont pas beaucoup de temps et il n'y a qu'une table, une balle et deux raquettes.

Ils décident que :

- Chacun jouera une seule partie contre chacun des autres enfants,
- Chaque partie durera cinq minutes.

Combien de temps faudra-t-il pour jouer toutes les parties ?

Expliquer comment vous avez trouvé votre réponse.

ANALYSE A PRIORI

Tâche mathématique

Dénombrer les combinaisons de 2 objets pris parmi 5 dans un contexte d'un tournoi de ping-pong.

Analyse de la tâche

- Comprendre qu'il y a cinq enfants qui vont rencontrer tous les autres deux à deux, en parties successives de 5 minutes et qu'il faudra calculer la durée totale.
 - Déterminer le nombre de parties pour constater qu'il y en a 10 (en évitant de compter les symétriques) :
par exemple :
 - en commençant par A : AB, AC, AD, AE, puis en continuant par B : BC, BD, BE, et ainsi de suite : CD, CE et DE, ou par représentation graphiques de liens entre deux des cinq enfants,
 - Ou
 - en considérant que chacun des 5 enfants va rencontrer ses 4 camarades et que parmi les 20 (4×5) couples ainsi constitués, une moitié est symétrique de l'autre et que par conséquent l'organisation de 10 parties suffit pour permettre toutes les rencontres.
 - Calculer la durée des dix parties successives : $10 \times 5 = 50$ (en minutes).
- Ou
- Comprendre que le premier joueur (A) jouera quatre parties, en 20 minutes ; que le joueur B ne pourra plus jouer que contre trois autres adversaires différents, en 15 minutes, que le joueur C ne jouera que contre deux autres adversaires différents, en 10 minutes, et enfin que le joueur D ne jouera que contre le dernier joueur E, en 5 minutes ; puis calculer la durée totale : $20 + 15 + 10 + 5 = 50$ (en minutes).

Attribution des points

- 4 Réponse exacte, (50 minutes), avec les dix combinaisons sans répétitions, sous forme d'inventaire, de dessin, de tableaux ou diagrammes qui font office d'explication

Niveaux : 3, 4, 5

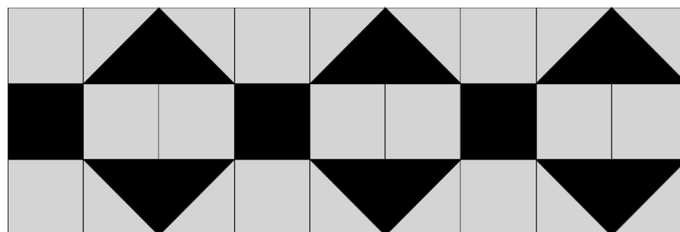
Banque de problèmes de l'ARMT 17.I.03

http://www.projet-ermitage.org/ARMT/navi_fic2.php?code=sd112-fr&flag=1&langue=fr&enonce=17rmti_fr-3&w=0

6. LA FRISE D'ANNIE (CAT. 4, 5, 6)

Sur une feuille de papier quadrillé de son cahier de dessins, Annie a dessiné une frise de deux couleurs, noire et grise.

Voici le début de cette frise :



Annie remarque que dans cette première partie, la zone coloriée en noir correspond à 9 carrés.

Annie continue à dessiner sa frise jusqu'à la fin de sa feuille de papier et quand elle a fini elle remarque que la zone coloriée en noir correspond à 58 carrés.

Sur la frise complète, à combien de carrés correspond la zone coloriée en gris ?

Expliquez comment vous avez trouvé votre réponse.

ANALYSE A PRIORI

Tâche mathématique

Déterminer l'aire de la partie grise d'une frise coloriée en noir et gris, dont le début est dessiné sur du papier quadrillé, en connaissant l'aire totale de la partie noire de la frise entière.

Analyse de la tâche

- Observer le dessin du début de la frise et éventuellement chercher à comprendre la règle de construction.
- Remarquer que la zone coloriée en noir est formée de 3 carrés noirs visibles sur la figure, et de 6 triangles noirs formés de deux demis carrés correspondant donc chacun à un carré. Ainsi les 6 triangles « comptent » pour 6 carrés.
- Pour déterminer le nombre total de carrés de la partie grise on peut procéder de plusieurs manières. Reproduire la frise sur une feuille quadrillée et s'arrêter lorsqu'on a compté 58 carrés noirs. Compter ensuite les carrés correspondant à la partie grise et trouver qu'il y en a 116. Cette procédure est longue et demande de l'attention dans le comptage des carrés.

Ou bien,

- se rendre compte qu'il y a un motif qui se répète, constitué d'une bande verticale de trois carrés avec celui du milieu en noir et d'une autre bande verticale de six carrés avec deux triangles noirs, chacun correspondant à un carré. Dans ce motif, la partie noire correspond donc au total à 3 carrés, alors que la partie grise correspond au double, c'est-à-dire à 6 carrés.
- Déterminer le nombre de motifs dans la frise complète, en cherchant le plus grand multiple de 3 inférieur à 58 ou en effectuant la division avec reste de 58 par 3, et obtenir 19. Se rendre compte qu'avec 19 motifs on arrive à 57 carrés noirs et qu'il y a donc à rajouter un autre carré noir. En déduire que la frise complète se termine avec une bande verticale d'un carré noir et 2 carrés gris.
- Calculer enfin le nombre de carrés gris, en considérant qu'il y en a 6 dans chaque motif et 2 dans la bande terminale de la frise, et trouver que ce nombre est 116 ($6 \times 19 + 2$).
- Il y a encore d'autres modalités pour organiser la décomposition de la frise et faire les calculs correspondants (par ex., en partant de la figure de l'énoncé dans laquelle on « compte » 9 carrés noirs, considérer les multiples de 9, arriver à 54 et en déduire que pour avoir les 4 derniers carrés manquants, la frise doit se continuer avec un motif complet de trois carrés noirs et se terminer avec une bande verticale d'un carré noir et deux gris).

Ou bien (procédure qui suppose un raisonnement de proportionnalité),

- observer que dans chaque bande verticale (constituée de 3 carrés), la partie noire correspond toujours à un carré et donc la partie grise toujours au double, c'est-à-dire à 2 carrés. Par conséquent en sachant que dans la frise complète la zone coloriée en noir correspond à 58 carrés, la partie coloriée en gris correspondra à son double, c'est-à-dire à 116 carrés.

Attribution des points

- 4** Réponse correcte (116 carrés) avec un dessin complet et correctement colorié de la frise
ou une explication claire de la procédure (détermination du motif répété et description de la partie finale de la frise)
ou emploi de la « proportionnalité »,... avec les calculs effectués

Niveaux : 4, 5, 6

Banque de problèmes de l'ARMT 25.II.07

http://www.projet-ermitage.org/ARMT/navi_fic2.php?code=fn20-fr&flag=1&langue=fr&enonce=25rmtii_fr-7&w=0

7. JEU D'ANNIVERSAIRE (CAT. 4, 5, 6, 7)

Pour son anniversaire, Corinne invite cinq amies : Amandine, Béatrice, Danielle, Émilie et Francine.

Après le repas, elles décident de former des équipes de deux pour jouer aux cartes. Mais...

- Amandine ne veut être ni avec Francine ni avec Béatrice,
- Béatrice ne veut pas faire équipe avec Émilie,
- Corinne demande de faire équipe avec Francine ou avec Béatrice,
- Danielle n'accepte de faire équipe qu'avec Béatrice ou avec Corinne,
- Francine ne s'entend qu'avec Amandine, avec Corinne et avec Danielle.



Constituez les équipes de deux joueuses respectant les volontés de chacune.

Y a-t-il une seule façon de constituer les équipes ?

Expliquez votre réponse.

ANALYSE A PRIORI

Tâche mathématique

Former à partir des 6 joueurs des couples de 2 en respectant 5 contraintes.

Analyse de la tâche

- Utiliser les indices et dresser des listes d'équipes possibles au fur et à mesure de la lecture, soit sous forme d'une liste soit sous la forme de listes distinctes selon les amies, soit sous forme de tableau à double entrée.
- 1er indice : les équipes possibles pour Amandine sont A-E ; A-C ; A-D
- 2e indice : les équipes possibles pour Béatrice sont B-C ; B-D ; B-F (pas B-A puisque Amandine ne veut pas être avec Béatrice).
- 3e indice : les équipes pour Corinne sont C-F ou C-B. Donc Amandine ne peut être avec Corinne (A-C).
- 4e indice : les équipes pour Danielle sont D-B ou D-C. Donc Amandine ne peut être avec Danielle (A-D). Donc Amandine est avec Émilie, et Corinne ne peut être avec Danielle, Danielle est donc avec Béatrice. Et Corinne est donc avec Francine.
- 5e indice (non indispensable): Francine fait équipe avec Corinne car Amandine est déjà avec Émilie et Danielle n'a pas choisi Francine. Donc Béatrice fait équipe avec Danielle.

Ou : on choisit un couple, on regarde s'il est compatible avec les indices ; si oui on en choisit un autre et l'on continue. Sinon on teste un autre couple, etc...

Ou encore en écrivant toutes les possibilités (combinatoire) et en éliminant celles qui ne sont pas réalisables à partir de l'énoncé

A-B ; A-C ; A-D ; A-E ; A-F

B-C ; B-D ; B-E ; B-F

C-D ; C-E ; C-F

D-E ; D-F

E-F

Ou encore par représentations graphiques (flèches, ...)

Attribution des points

- 4** Réponse correcte (Amandine et Émilie, Béatrice et Danielle, Corinne et Francine) avec explications de la démarche. (tableau, illustration) permettant de conclure qu'il n'y a qu'une seule solution.

Niveaux : 5, 6, 7

Banque de problèmes de l'ARMT 17.I.10

http://www.projet-ermitage.org/ARMT/navi_fic2.php?code=sd118-fr&flag=1&langue=fr&enonce=17rmti_fr-10&w=0

8. CARTABLE RMT (Cat. 5, 6)

Philippe et Pierre ont acheté le même cartable de la marque RMT. Dans son cartable, Philippe a mis 2 classeurs, 6 cahiers et 3 livres de classe. Pierre a déposé dans son cartable, 1 classeur, 8 cahiers et 2 livres.

Pierre et Philippe savent que le poids d'un classeur est égal au poids de 4 cahiers mais est aussi égal au poids de 2 livres.

Qui a le cartable le plus lourd ?

Expliquez comment vous avez fait pour trouver votre réponse.

**ANALYSE A PRIORI****Tâche mathématique**

Déterminer le cartable le plus lourd entre celui composé de 2 classeurs, 6 cahiers et 3 livres et celui composé de 1 classeur, 8 cahiers et 2 livres sachant que le poids d'un classeur est égal au poids de 4 cahiers ou au poids de 2 livres.

Analyse de la tâche

- Comprendre que le poids du cartable vide n'intervient pas dans la comparaison puisque les deux amis possèdent le même cartable.
- Dresser la liste du matériel de Philippe et Pierre, par exemple sous la forme d'un tableau :

Philippe	Pierre
2 classeurs	1 classeur
6 cahiers	8 cahiers
3 livres	2 livres

- Dédire des informations de l'énoncé (poids d'un classeur = poids de 2 livres = poids de 4 cahiers) que le poids d'un livre est égal au poids de 2 cahiers.
- Rechercher les équivalences, choisir une unité de mesure et exprimer chaque matériel avec cette unité, par exemple en cahiers (la plus petite unité commune). Additionner les cahiers pour chaque ami. Exprimer ce travail par exemple sous la forme d'un tableau :

Philippe		Pierre	
2 classeurs	8 cahiers	1 classeur	4 cahiers
6 cahiers	6 cahiers	8 cahiers	8 cahiers
3 livres	6 cahiers	2 livres	4 cahiers
Total	20 cahiers	Total	16 cahiers

Ou : repérer des équivalences, et ôter ce qui est commun (mise en évidence).

Philippe		Pierre	
2 classeurs	1 classeur	1 classeur	0 classeur
6 cahiers	0 cahier	8 cahiers	2 cahiers
3 livres	1 livre	2 livres	0 livre

- Dédire que le cartable de Philippe est plus lourd que celui de Pierre puisqu'un classeur (soit 4 cahiers) est plus lourd que 2 cahiers.

- Chercher les équivalences et les exprimer dans la plus petite unité, par exemple sous forme de tableau.

Philippe		Pierre	
1 classeur	4 cahiers	0 classeur	
0 cahier		2 cahiers	2 cahiers
1 livre	2 cahiers	0 livre	
Total	6 cahiers	Total	2 cahiers

Ou : attribuer un poids à un des éléments et déterminer le poids des deux autres. Par exemple 200 g pour un classeur ; 50 g pour un cahier ; 100 g pour un livre. Ensuite calculer le poids de chaque cartable :

- pour Philippe : $2 \times 200 + 6 \times 50 + 3 \times 100 = 1000$ (en g)
- pour Pierre : $200 + 8 \times 50 + 2 \times 100 = 800$ (en g)

Conclure que le cartable le plus lourd est celui de Philippe.

Attribution des points

4 Solution correcte (Philippe possède le cartable le plus lourd) avec explications complètes de la démarche et justification

Niveaux : 5, 6

Banque de problèmes de l'ARMT 16.II.07

http://www.projet-ermitage.org/ARMT/navi_fic2.php?code=sd66-fr&flag=1&langue=fr&enonce=16rmtii_fr-7&w=0

9. MOUSSE AU CHOCOLAT (Cat. 5, 6)

Céline, Jeanne et Sophie utilisent la même recette pour préparer chacune une mousse au chocolat. Pour bien réussir la mousse au chocolat, il ne faut pas se tromper dans les quantités d'œufs et de chocolat.

Céline a utilisé 4 œufs et 200 grammes de chocolat.

Jeanne a utilisé 6 œufs et 250 grammes de chocolat.

Sophie a utilisé 10 œufs et 500 grammes de chocolat.

L'une des trois filles n'a pas utilisé la bonne quantité de chocolat.

Qui n'a pas utilisé la bonne quantité de chocolat ? Expliquez pourquoi.

ANALYSE A PRIORI

Tâche mathématique

Parmi les trois couples (4;200), (6;250) et (10;500) trouver celui qui n'est pas proportionnel aux deux autres, dans un contexte de recette de mousse au chocolat.

Analyse de la tâche

- Comprendre que les proportions doivent être respectées.
- Remarquer que les quantités de Jeanne et de Sophie sont incompatibles (le double de chocolat ne correspond pas au double d'œufs).

En déduire que c'est Jeanne ou Sophie qui s'est trompée et donc que Céline ne s'est pas trompée.

Comparer les données de l'une des deux avec celles de Céline, par exemple en remarquant que pour Céline il faut 2 œufs pour 100 grammes de chocolat, ce qui n'est pas compatible avec les données de Sophie. Conclure que c'est Jeanne qui s'est trompée.

Ou, partir directement des données pour Sophie pour en déduire que, selon ces données, pour 2 œufs, il faut 100 g de chocolat ou encore 1 œuf pour 50 g de chocolat et vérifier si les données de Jeanne et Céline sont compatibles.

Ou, calculer directement les quantités de chocolat de chacune pour le même nombre d'œufs (rapport). Par exemple le rapport « masse de chocolat pour un œuf » s'obtient en calculant $200 : 4$, puis $250 : 6$ et $500 : 10$. On trouve alors que Céline et Sophie obtiennent le même résultat : 50 g de chocolat pour un œuf, différent de celui de Jeanne.

Ou, utiliser les propriétés additives et multiplicatives de la proportionnalité. Par exemple, considérer que si, pour 4 œufs il faut 200 g de chocolat, pour 2 œufs il faut 100 g, puis pour 6 œufs ($4 + 2$), il en faut 300 g ($200 + 100$). De même, pour 10 œufs ($4 + 4 + 2$ ou $6 + 4$), il en faut 500 g ($200 + 200 + 100$ ou $300 + 200$). Il s'ensuit que Jeanne s'est trompée.

Une procédure attendue des élèves qui n'envisagent que des relations additives est la suivante : à partir des deux premières données, considérer que si on ajoute 2 œufs, il faut ajouter 50 g de chocolat ; en déduire que pour 8 œufs, il faut 300 g de chocolat et pour 10 œufs 350 g ; et conclure, de façon cohérente (mais évidemment erronée pour celui qui maîtrise les concepts de rapport ou de proportionnalité), que c'est Sophie qui s'est trompée.

Attribution des points

- 4 Réponse exacte (Jeanne s'est trompée) avec une explication complète

Niveaux : 5, 6

Banque de problèmes de l'ARMT 20.1.10

http://www.projet-ermitage.org/ARMT/navi_fic2.php?code=pr18-fr&flag=1&langue=fr&w=0

10. CLOUS ET FILS ÉLASTIQUES (CAT. 5, 6, 7)

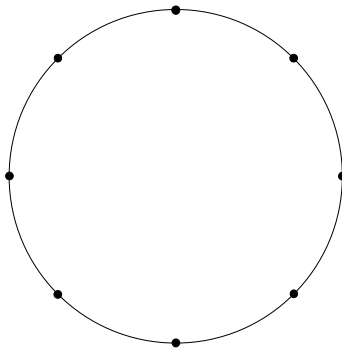


figure 1

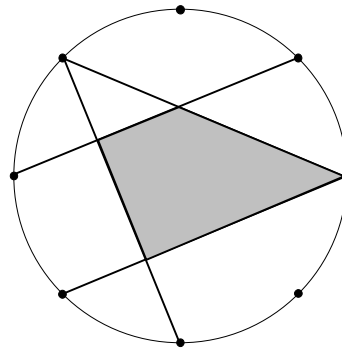


figure 2

Sur le bord d'un disque on a planté 8 clous très régulièrement. Entre deux clous qui se suivent, il y a toujours la même distance (voir figure 1).

On dispose de quatre fils élastiques qu'on peut tendre entre deux clous.

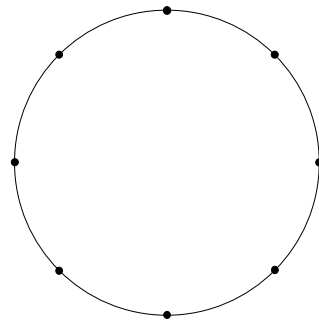
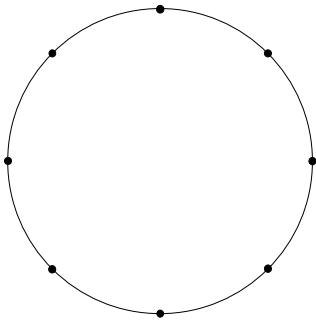
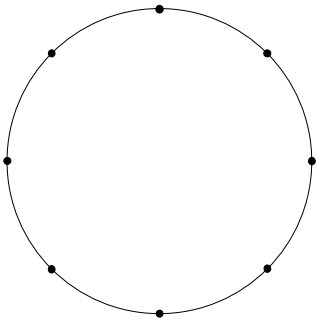
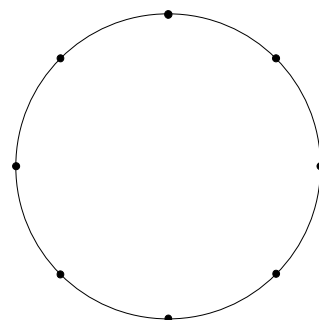
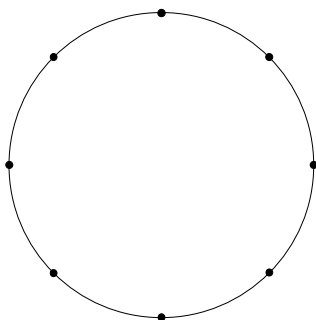
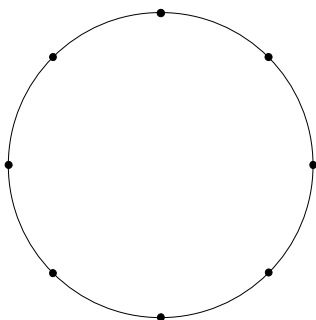
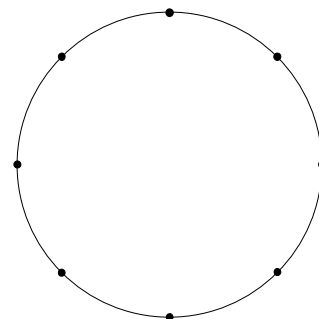
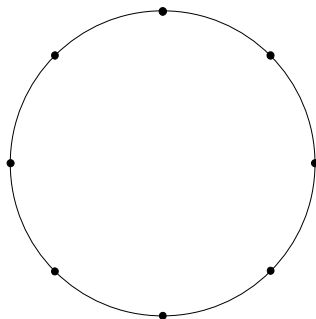
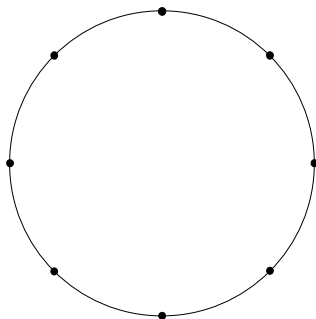
Le but est de former des rectangles (ou des carrés) ayant leurs côtés sur les quatre fils.

Jules a tendu les quatre fils (voir figure 2), mais il n'a pas atteint son but : il a obtenu un trapèze !

Trouvez tous les rectangles ou carrés différents que les quatre fils peuvent former.

Dessinez toutes les figures que vous avez trouvées. Si vous avez deux figures de mêmes dimensions, n'en dessinez qu'une seule !

(Utilisez les cercles ci-dessous pour dessiner vos rectangles ou carrés différents.)



ANALYSE A PRIORI

Tâche mathématique

Construire des rectangles dont les côtés sont portés par des droites qui passent par des points d'un cercle parmi 8 répartis régulièrement.

Analyse de la tâche

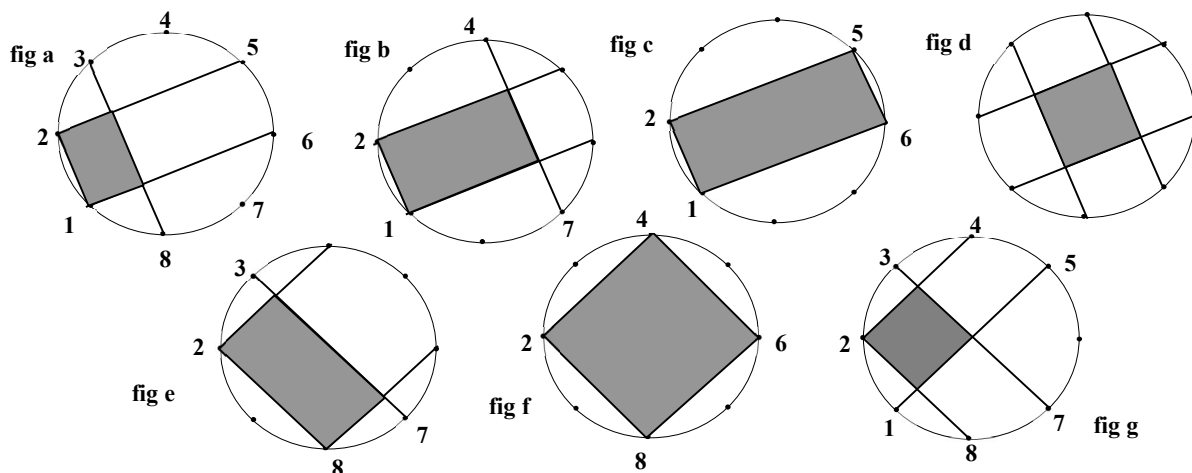
- Percevoir les positions des clous sur le cercle et imaginer les isométries qui déterminent les positions relatives des clous et des fils qui les relient. Par exemple un fil tendu entre deux clous voisins se retrouve sur un fil tendu sur les deux clous opposés après une rotation d'un demi-tour, ce qui permet de savoir que ces fils sont parallèles, des rotations d'un quart de tour font apparaître des côtés perpendiculaires, ...
- Comprendre que pour construire les rectangles possibles, il est nécessaire de faire intervenir le parallélisme et l'isométrie des côtés opposés et la perpendicularité des côtés adjacents.
- Procéder par essais non organisés, avec le risque de ne pas trouver toutes les solutions.

Ou chercher une méthode systématique. Par exemple, un inventaire des clous supportant des fils parallèles :

- pour deux clous voisins de la figure a (1 et 2), il y a trois autres paires de clous qui déterminent la même direction (3 et 8), (4 et 7), (5 et 6), ce qui permet de déterminer les quatre rectangles des figures a, b, c et d, dont la longueur d'un côté est la distance de 1 à 2.
- pour deux clous séparés par un autre, (8 et 2) de la figure e, il y a deux autres paires de clous qui déterminent la même direction (3 et 7), (4 et 6), ce qui permet de déterminer les deux rectangles des figures e et f, dont la longueur d'un côté est la distance de 2 à 8. Avec une paire de côtés de cette direction, la combinaison avec les paires de perpendiculaires fait apparaître encore un autre rectangle (carré de la figure g) dont le côté vaut la moitié de la distance de 2 à 8.

Contrôler que les rectangles ainsi formés n'ont pas les mêmes dimensions. En particulier les carrés des figures d et g (car la distance de 1 à 2 est supérieure à la moitié de la distance de 8 à 2.)

Dessiner les sept solutions (dont trois sont des carrés).



Attribution des points

4 Les sept solutions correctes sans autre solution isométrique

Niveaux : 5, 6, 7

Banque de problèmes de l'ARMT 19.I.10

http://www.projet-ermitage.org/ARMT/navi_fic2.php?code=gp56-fr&flag=1&langue=fr&enonce=19rmti_fr-10&w=0

11. LA MAQUETTE (CAT. 5, 6, 7, 8)

Dans la classe de Fabio, les élèves ont fait une maquette d'un petit village. Les maisons étaient construites avec des cubes de bois, tous les mêmes, qui ont été collés sur une base divisée en carrés. Pour obtenir des maisons à plusieurs étages, ils ont collé des cubes les uns sur les autres.

La maquette est maintenant sur le bureau. La figure A montre le dessin de la maquette vue du dessus. La figure B, au contraire, montre le dessin de la maquette comme la voit Fabio qui est assis sur son banc.

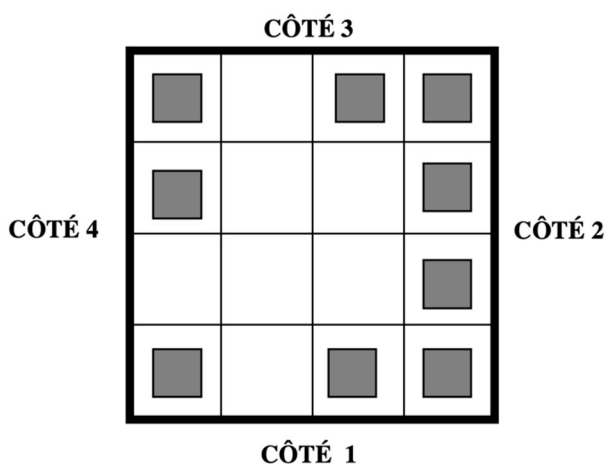


Fig. A. la maquette vue du dessus

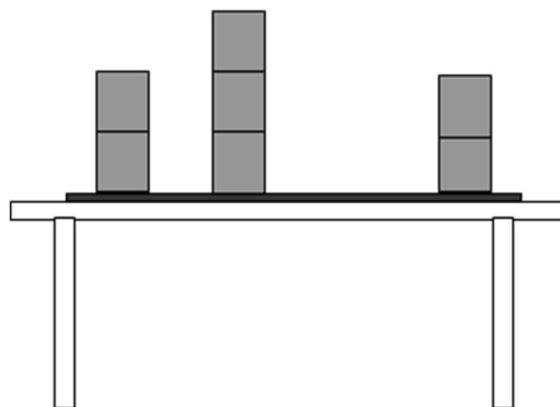


Fig B. la maquette vue par Fabio

Quel côté de la maquette est en face de Fabio ?

Quel est le nombre maximum de cubes qui ont été utilisés pour construire les maisons de la maquette ?

Donnez vos réponses et expliquez le raisonnement que vous avez fait.

ANALYSE A PRIORI**Tâche mathématique**

Une construction avec des cubes est donnée par une vue « de dessus » et une de profil. Déterminer le point de vue et donner le nombre maximum de cubes qui ont été utilisés.

Analyse de la tâche

- Pour comprendre quel côté de la maquette est devant Fabio, il faut considérer la figure A et observer la maquette par la pensée en la regardant par chacun de ses côtés. On doit alors comparer ce que l'on imagine avec ce qui est montré dans la figure B. L'opération est plus facile si on tourne la feuille pour regarder la figure A successivement par chacun de ses côtés.
- En déduire que Fabio ne peut pas voir le CÔTÉ 1 de la maquette, sinon d'après la figure B, la maison isolée devrait être à droite et non à gauche. Il ne peut pas voir la maquette par le CÔTÉ 4 ni par le CÔTÉ 2, sinon il verrait aussi une maison dans l'espace vide de la figure B. Conclure que Fabio ne peut voir la maquette telle qu'elle apparaît dans la figure B que par le CÔTÉ 3.
- Pour estimer le nombre maximum de cubes utilisés dans la construction des maisons, il faut partir de la figure B.
 - Remarquer qu'à gauche on voit deux cubes, donc 2 est le nombre maximum de cubes pour chacune des maisons qui se trouvent dans la colonne correspondante sur la figure A, vue du côté 3 (il y a 4 maisons, car toutes les cases sur cette colonne dans la figure A sont occupées).
 - En se déplaçant vers la droite dans la figure B, on peut voir ensuite 3 cubes, donc 3 est le nombre maximum de cubes pour chacune des maisons qui se trouvent dans la colonne correspondante de la maquette (il y a 2 maisons, car 2 cases sont occupées dans cette colonne de la fig. A).

- Enfin on peut encore voir deux cubes à droite, donc 2 est le nombre maximum de cubes pour chacune des maisons qui se trouvent dans la colonne correspondante de la maquette (il y a 3 maisons, car trois cases sont occupées dans cette colonne de la figure A).
- En déduire que le nombre maximum de cubes est alors $(2 \times 4) + (3 \times 2) + (2 \times 3) = 20$.

Attribution des points

4 Réponses correctes (CÔTÉ 3, nombre maximum de cubes : 20) avec l'explication du raisonnement

Niveaux : 5, 6, 7, 8

Banque de problèmes de l'ARMT 19.II.11

http://www.projet-ermitage.org/ARMT/navi_fic2.php?code=3d3-fr&flag=1&langue=fr&w=0

12. SUR LE MUR DE L'ÉCOLE (CAT. 6, 7, 8)

Pour décorer un mur de l'école, quelques élèves ont préparé un modèle, formé de 10 quadrilatères sur papier quadrillé, comme sur la figure ci-dessous.

Luc dit :

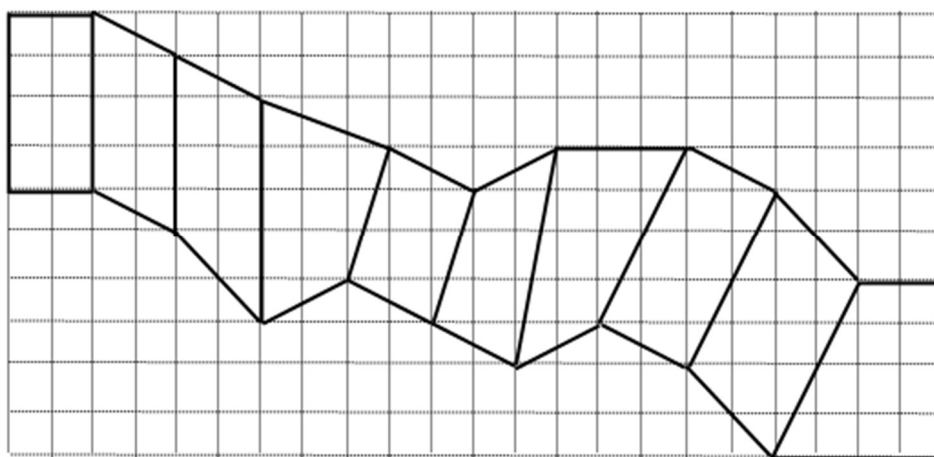
- « Pour le colorier, nous pourrions employer de la peinture rouge pour les rectangles, de la peinture verte pour les parallélogrammes qui ne sont pas rectangles et de la peinture jaune pour tous les autres quadrilatères. »

Les élèves d'une classe se répartissent les quadrilatères à colorier et Louis remarque :

- « J'ai à peindre le plus grand quadrilatère de tous ! »

Lucie rétorque :

- « Le mien est de la même grandeur que le tien ».



Coloriez le modèle comme Luc l'a proposé.

Quels sont les quadrilatères que Louis et Lucie ont à peindre ?

Expliquez vos réponses.

ANALYSE A PRIORI

Domaine conceptuel

Géométrie : distinction entre rectangle, parallélogramme non rectangle, trapèze et quadrilatère par leurs propriétés caractéristiques. Comparaison d'aires.

Tâche mathématique

Identifier les rectangles, parallélogrammes non rectangles et autres parmi une chaîne de dix quadrilatères dont les sommets sont sur les nœuds d'un quadrillage et ayant des côtés communs puis déterminer les aires des deux plus grands.

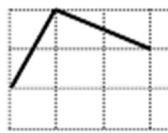
Tâche de résolution et savoirs mobilisés

La tâche sur la reconnaissance des formes consiste à chaque fois, à vérifier la présence de côtés parallèles ou perpendiculaires.

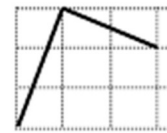
Elle est simple pour le parallélisme, qu'on peut évaluer visuellement puis confirmer par un examen des côtés qui sont soit des segments du quadrillage ou des diagonales de rectangles du quadrillage, soit de 1×2 , soit de 2×2 ou soit de 1×3 .

Pour la perpendicularité la question ne se pose que pour les côtés adjacents qui sont des diagonales de rectangles. Dans la cinquième figure (numérotée de gauche à droite), il s'agit de rectangles différents, 1×2 et 1×3 dont les diagonales sont aussi différentes qui ne peuvent donc pas former un carré aux angles droits.

Cet angle là est droit
(angles complémentaires
dans le quadrillage)



Celui-ci ne
l'est donc pas



Dans la huitième figure, il s'agit de rectangles de 1×2 avec une rotation d'un quart de tour ou 90 degrés permettant de passer de l'un à l'autre, dont les diagonales sont donc perpendiculaires, comme les côtés correspondants. Dans la neuvième figure, il s'agit de rectangles différents 2×2 et 1×3 dont les diagonales ne peuvent être perpendiculaires.

Cette reconnaissance de perpendiculaires mobilise donc des savoirs sur les rotations de segments repérés dans le quadrillage.

La tâche du calcul des aires sur quadrillage est simple pour les figures décomposables en rectangles et demi-rectangles dont il suffit d'additionner les aires (exemple figure 4). D'autres ne permettent pas cette décomposition mais s'inscrivent dans un rectangle dont la partie extérieure à la figure se décompose en rectangles ou demi-rectangles; l'aire de la figure se calcule alors par soustractions successives à partir de celle du rectangle circonscrit (exemple figure 7).

Conclure que les figure 1 et 8 seront peintes en rouge car ce sont des rectangles, les trois parallélogrammes non rectangles 2, 5 et 9 en vert, les figures 3, 4, 6, 7 et 10 en jaune. Louis et Lucie peindront les quadrilatères 9 et 10, dont les aires mesurent 12 (en carrés du quadrillage)

Attribution des points

- 4 Réponse correcte et complète (1 et 8 en rouge, 2, 5 et 9 en vert, 3, 4, 6, 7 et 10 en jaune, 9 et 10 à peindre par Louis et Lucie) avec des explications claires pour les couleurs à partir des propriétés du rectangle et du parallélogramme, et une comparaison correcte des aires de 9 et 10

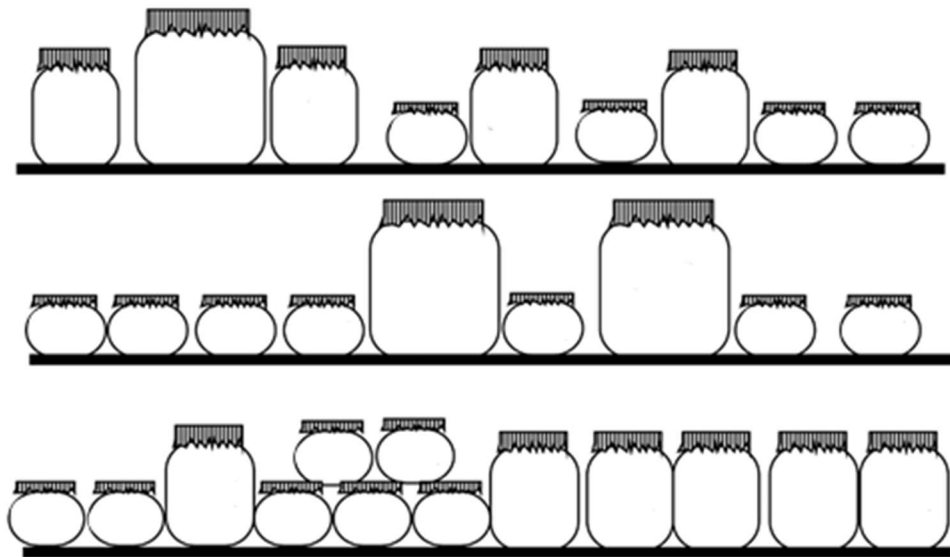
Niveaux : 6, 7, 8

Banque de problèmes de l'ARMT 18.II.13

http://www.projet-ermitage.org/ARMT/navi_fic2.php?code=gp29-fr&flag=1&langue=fr&enonce=18rmtii_fr-13&w=0

13. LES POTS DE CONFITURE (CAT. 7, 8, 9)

Maria a fait des confitures et a rempli des pots, petits, moyens et grands. Elle les a placés sur trois rayons :



Il y a exactement 5 kg de confiture sur chaque rayon.

Quels sont les poids des confitures dans un grand pot, un moyen et un petit ?

Expliquez comment vous avez fait pour trouver votre réponse.

ANALYSE A PRIORI

Tâche mathématique

Trouver trois nombres inconnus combinés en trois relations linéaires dont les valeurs sont données

Analyse de la tâche

- Comprendre qu'avec la disposition donnée des pots sur les trois rayons, des substitutions peuvent être opérées pour faciliter les comparaisons.
- Retirer 7 petits pots de chacun des deux rayons inférieurs pour arriver à constater que 2 grands pots contiennent autant de confiture que 6 moyens, d'où 1 grand pot autant que 3 moyens.
- Par comparaison entre les deux rayons du haut et en remplaçant trois pots moyens par un grand dans le rayon supérieur, trouver qu'un pot moyen contient autant de confiture que 3 petits.
- Exprimer le contenu de chaque rayon avec 25 petits pots et en déduire qu'un petit pot contient 0,2 kg de confiture.
- En déduite qu'un pot moyen contient $3 \times 0,2 = 0,6$ kg de confiture et qu'un grand pot contient $3 \times 0,6 = 1,8$ kg de confiture.

Ou bien par une procédure algébrique (résolution d'un système de trois équations linéaires à trois inconnues) :

- Écrire les équations algébriques représentées par la figure donnée :
- $G + 4M + 4P = 5$; $2G + 7P = 5$; $6M + 7P = 5$.
- Résoudre ce système : les deux dernières donnent $2G = 6M$ d'où $M + 4P = 7P$ avec les deux premières donc $25P = 5$.

Attribution des points

4 Réponse correcte et complète : 0,2 kg ; 0,6 kg ; 1,8 kg avec explications cohérentes

Niveaux : 7, 8, 9

Banque de problèmes de l'ARMT 06.II.11 « légèrement adapté »

http://www.projet-ermitage.org/ARMT/navi_fic2.php?code=sd30-fr&flag=1&langue=fr&enonce=06rmtii_fr-11&w=0

14. LE CHIEN ET LE RENARD (CAT 7, 8, 9, 10)

Le chien Toby poursuit Red le renard dans les bois. Il parcourt 85 mètres en 5 secondes tandis que Red parcourt 104 mètres en 8 secondes.

Quand la poursuite a commencé, la distance entre les deux était de 320 mètres.

Combien de temps faudra-t-il à Toby pour rattraper Red ?

Expliquez votre raisonnement.

ANALYSE A PRIORI**Tâche mathématique**

Calcul de la distance à parcourir pour un mobile poursuivant un autre mobile parti devant, les vitesses respectives étant données.

Analyse de la tâche

- Pour les élèves qui ne maîtrisent pas le concept de vitesse, la procédure doit suivre l'écoulement du temps, seconde par seconde, après avoir transformé les données « 85 mètres en 5 secondes » et « 104 mètres en 8 secondes », respectivement en 17 et 13 mètres en une seconde, (ou de 40 secondes en 40 secondes, 40 étant le ppmc de 8 et 5). On peut alors élaborer une progression comparée des animaux et de leur écart. Par exemple dans un tableau :

temps (en secondes)	0	1	2	...	10	20	...	40	...	80
distance parcourue par le chien	0	17	34	...	170	340	...	680	...	1360
distance parcourue par le renard	0	13	26	...	130	260	...	520	...	1040
distance rattrapée par le chien	0	4	8	...	40	80	...	160	...	320

- Ou, se rendre compte, après avoir transformé les vitesses en m/s, que le chien rattrape 4 mètres par seconde et qu'il lui faudra 80 secondes ($320 : 4$) pour rattraper le renard, c'est-à-dire 1 minute et 20 secondes.
- Ou, algébriquement, les distances en mètres parcourues en x secondes par le chien ($17x$) et le renard ($13x$) conduisent à l'équation $320 = 17x - 13x$ et à sa solution $x = 80$ (en secondes) soit 1 minute et 20 secondes (les trois distances peuvent être représentées graphiquement).
- Solution plus experte : la relation entre vitesse, distance et temps sous la forme $d = vt$, permet de transcrire directement la différence des distances parcourues par le chien et le renard par l'équation :
$$(85/5)t - (104/8)t = 320$$

Attribution des points

- 4** Réponse correcte (80 s ou 1 min 20 s) avec des explications détaillées.

Niveaux : 7, 8, 9, 10

Banque de problèmes de l'ARMT 20.F.13

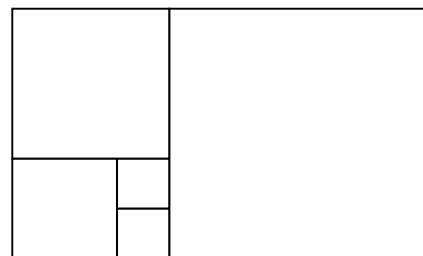
http://www.projet-ermitage.org/ARMT/navi_fic2.php?code=ud335-fr&flag=1&langue=fr&w=0

15. LES CARRÉS D'ALEX ET FRANÇOIS (CAT. 7, 8, 9, 10)

Alex et François considèrent la figure suivante représentant un grand rectangle formé de 5 carrés.

Alex affirme que s'il connaît le périmètre du rectangle, il peut calculer son aire et il donne un exemple avec un périmètre de 130 cm.

François prétend qu'il peut calculer le périmètre du rectangle à partir de son aire et il donne un exemple avec une aire de 1440 cm².



Quelle est l'aire calculée par Alex et quel est le périmètre obtenu par François. Expliquez comment vous avez trouvé.

ANALYSE A PRIORI

Domaine de connaissances

- Géométrie : rectangle et carré.
- Grandeurs et mesures : mesures de périmètres et aires.

Tâche mathématique

Calculer l'aire d'un rectangle formé de cinq carrés (de côtés dans les rapports 1, 1, 2, 3, 5) connaissant son périmètre (130 cm), puis calculer le périmètre d'un rectangle semblable connaissant son aire (1440 cm²).

Analyse de la tâche

- Observer que le rectangle est formé de 5 carrés : deux petits carrés dont les côtés peuvent être pris comme unité de longueur, un carré de côté double, un carré de côté triple et un grand carré de côté 5 unités.
- Remarquer que le rectangle a pour périmètre $2 \times (5 + 8) = 26$ (en unités) et qu'il contient $2 + 4 + 9 + 25 = 40$ carrés unité.
- Puisque le périmètre d'Alex vaut 130 cm, il a pris $130/26 = 5$ (en cm) pour côté d'un carré unité qui a donc une aire de 25 (en cm²) et dans l'exemple d'Alex, le rectangle a une aire de $25 \times 40 = 1000$ (en cm²).
- Puisque l'aire de François vaut 1440 (en cm²), il a pris dans son exemple $1440/40 = 36$ (en cm²) pour aire d'un carré unité et 6 cm comme unité de longueur. Le périmètre du rectangle qu'il doit donner est donc $26 \times 6 = 156$ cm.

Attribution des points

4 Les deux réponses (1000 cm² et 156 cm) justifiées

Niveaux : 7, 8, 9, 10

Banque de problèmes de l'ARMT 17.II.16

[BP- ARMT bel affichage d'une fiche \(projet-ermitage.org\)](http://projet-ermitage.org)

16. JEU D'ENCASTREMENT (CAT. 8, 9, 10)

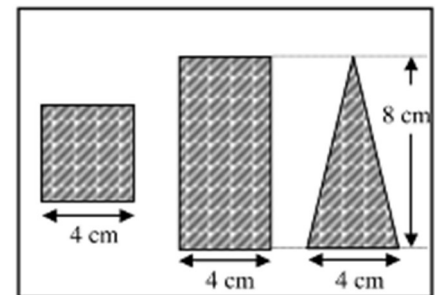
Dimitri a reçu un jeu d'encastrement constitué de quelques pièces de bois : cubes, parallélépipèdes rectangles, pyramides, prismes qu'il faut entrer dans une grande boîte en bois par un des trous percés dans son couvercle.

On considère que chaque pièce bouche exactement le trou par lequel elle entre dans la boîte, sans laisser d'espace entre elle et les parois du trou.

Il y a des pièces qui ne peuvent entrer que par l'un des trous, il y en a qui peuvent entrer par deux des trous et il y en a une qui peut entrer par les trois trous.

Cette figure montre le couvercle, avec les trois trous :

- un carré de 4 cm de côté,
- un rectangle de 4 cm sur 8 cm,
- un triangle isocèle de 4 cm de base et 8 cm de hauteur.



Quelle est la forme de la pièce qui peut entrer par chacun des trois trous, en admettant qu'elle le bouche exactement lorsqu'elle y passe ?

Dessinez un patron précis de cette pièce.

ANALYSE A PRIORI

Domaine de connaissances :

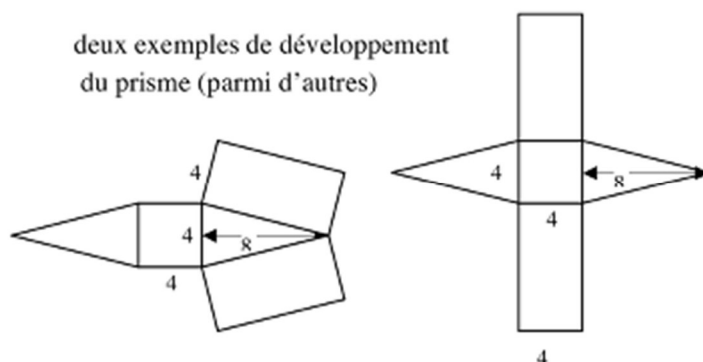
- Géométrie : polyèdres et développements, carré rectangle et triangle

Tâche mathématique

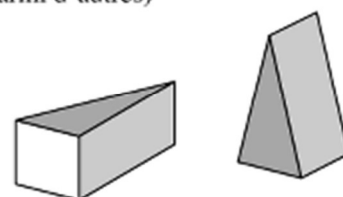
Déterminer un solide dont on connaît les dimensions des trois vues planes : un carré, un rectangle, un triangle isocèle

Analyse de la tâche

- Concevoir un polyèdre passant exactement par chacun des trous et penser par exemple au cube de 4 cm d'arête, à un parallélépipède dont une face est le rectangle donné et à un prisme droit dont la base est le triangle donné
- Imaginer ensuite un polyèdre passant par deux des trous, par exemple un prisme droit de base carrée de 8 cm de hauteur pour le carré et le rectangle, une pyramide régulière à base carrée de 8 cm de hauteur pour le carré et le triangle, ...
- Adapter mentalement un polyèdre passant par deux trous pour qu'il passe par le troisième. Par exemple, le prisme droit précédent peut être taillé sur deux faces rectangulaires opposées pour que les deux autres faces rectangulaires deviennent des triangles afin d'obtenir un prisme droit à base triangulaire, de hauteur 4 cm ; ou la pyramide précédente peut être complétée sur deux faces opposées pour devenir le prisme droit à base triangulaire, de hauteur 4 cm.
- Dessiner le développement, et construire éventuellement le polyèdre, dont une face est un carré de 4 cm, deux faces sont des triangles isocèles de 8 cm de hauteur et les deux autres faces des rectangles de 4 cm et dont la largeur correspond à l'un des côtés isométriques du triangle ($\sqrt{68} \approx 8,2$ cm dont l'indication n'est pas nécessaire)



deux vues (photos) du prisme
(parmi d'autres)



Attribution des points

- 4** Dessin correct du patron montrant l'isométrie des longueurs des rectangles et des côtés du triangle isocèle (on n'exige pas la vraie grandeur, un dessin à l'échelle convient aussi)

Niveaux : 8, 9, 10

Banque de problèmes de l'ARMT 17.7.17 « légèrement adapté »

[BP- ARMT bel affichage d'une fiche \(projet-ermitage.org\)](https://projet-ermitage.org)

17. L'ARTISAN (CAT. 8, 9, 10)

Un artisan fabrique des objets en céramique dans son atelier. Aujourd'hui, il a préparé 13 vases qu'il désire vendre chacun à 24 €. Malheureusement, certains d'entre eux se sont fendus au cours de la cuisson. L'artisan décide alors de vendre ceux qui restent en augmentant le prix de chaque vase d'autant de fois 3 € qu'il y a de vases fendus.

En procédant ainsi, la vente des vases qui restent lui procurera le même montant qu'il aurait obtenu en vendant les 13 vases prévus à 24 €.

Combien y a-t-il de vases fendus ?

Expliquez comment vous avez trouvé.

ANALYSE A PRIORI**Domaine conceptuel**

- Arithmétique : multiplication et division
- Algèbre : règle d'Arithmétique : multiplication et division
- Algèbre : règle d'annulation d'un produit ; équation du second degré ; système

Tâche mathématique

Trouver un nombre tel que le produit de la différence entre 13 et ce nombre par la somme de 24 et du triple de ce nombre soit égal au produit de 13 et de 24, dans un contexte de compensation d'un manque à gagner.

Analyse de la tâche

- Comprendre que 312 € ($= 13 \times 24$ €) est ce que l'artisan aurait gagné avec la vente de tous ses vases. C'est donc la somme qu'il veut tirer de la vente des vases qui restent non fendus.
- Se rendre compte que le nombre de vases non fendus est un diviseur de 312 inférieur à 13 : 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12.
- Effectuer la division de 312 par chacun d'eux et considérer les cas dans lesquels les quotients sont des multiples de 24 augmentés d'un multiple de 3. C'est le cas des divisions par 1, 4 et 8. Écarter 1 parce que $312 : 1 = 312$ et $312 - 24 = 288 = 3 \times 96$, mais 96 ne peut pas être le nombre des vases fendus.

Écarter de même 4 parce que $312 : 4 = 78$ et $78 - 24 = 54 = 3 \times 18$, mais ce cas n'est pas non plus acceptable car $18 > 13$. Trouver enfin que $312 : 8 = 39$ et que $39 - 24 = 15 = 3 \times 5$, 8 est donc le nombre des vases restés en bon état.

- En déduire que le nombre de vases fendus est 5 ($13 - 8$).

Ou : construire un tableau comme le suivant :

Vases fendus	Vases en bon état	Produit de la vente
1	12	$12(24 + 3) = 324$
2	11	$11(24 + 3 \times 2) = 330$
3	10	$10(24 + 3 \times 3) = 330$
4	9	$9(24 + 3 \times 4) = 324$
5	8	$8(24 + 3 \times 5) = \mathbf{312}$
6	7	$7(24 + 3 \times 6) = 294$
7	6	$6(24 + 3 \times 7) = 270$

- Observer que le produit de la vente diminue quand le nombre de vases fendus augmente et arrêter la construction du tableau. Conclure que le produit de la vente de 312 € est obtenu avec 5 vases fendus.

Ou : Noter x le nombre de vases fendus et écrire l'équation $(13 - x)(24 + 3x) = 312$. Cette équation du second degré s'écrit : $3x^2 - 15x = 0$, d'où $3x(x - 5) = 0$ qui, par la règle d'annulation d'un produit, donne $x = 0$ ou $x = 5$. Éliminant la solution $x = 0$, conclure que le nombre de vases fendus est 5.

Ou : Noter x le nombre de vases fendus et y celui des vases en bon état. Obtenir le système des deux équations : $x + y = 13$ et $y(24 + 3x) = 13 \times 24$. Par substitution, en déduire l'équation à deux inconnues : $y(24 + 3x) = (x + y) \times 24$, d'où $3xy = 24x$. Comme $x \neq 0$, on obtient $y = 8$ et comme $x + y = 13$, on a $x = 5$.

Attribution des points

4 Solution correcte (5) avec explication claire montrant l'unicité de la solution

Niveaux : 8, 9, 10

Banque de problèmes de l'ARMT 17.II.18

[BP- ARMT bel affichage d'une fiche \(projet-ermitage.org\)](https://projet-ermitage.org)